4. Matemática financiera.

Autora:
Maite Seco Benedicto

MATEMÁTICAS FINANCIERAS BÁSICAS

Las Matemáticas financieras son una herramienta imprescindible para poder valorar las operaciones financieras, tanto de financiación como de inversión.

La base de las matemáticas financieras está en el valor del dinero en el tiempo. El dinero gana interés o valor a lo largo del tiempo. Este es el principio que guía casi todos los cálculos.

El interés es la compensación económica que recibe un sujeto dispuesto a no consumir en el momento actual y retrasar su consumo a un momento futuro. Al no consumir, invierte un capital sobre el que obtendrá unos rendimientos futuros.

El cálculo del rendimiento obtenido en una inversión depende de tres factores: el capital invertido, el tipo de interés y el tiempo que se mantendrá la inversión.

A nivel financiero, se pueden hacer varias consideraciones:

. ¿Cuándo se reciben los intereses, por adelantado (prepagados) o al final del período (post pagados)? En finanzas, por lo general, se supone que los intereses son postpagados

. Si la inversión se prolonga por varios períodos, ¿los intereses que se van recibiendo al final de cada período, se reinvierten junto con el principal inicial (**interés compuesto**) o solo se invierte el capital inicial cada período (**interés simple**)? En finanzas, por lo general, se trabaja con interés compuesto.

Cuando se dispone del importe actual del capital disponible para invertir, y se desea conocer el valor que tendría dicho capital en el futuro, el cálculo a realizar se denomina en matemáticas financieras **capitalización o cálculo del valor futuro**.

Por ejemplo:

Se dispone de un capital $C0 = 100$

Y se puede invertir durante un año a un 10% de interés. El valor de C0 al cabo de un año será igual a C1, y se guiará por la siguiente fórmula.

$C1 = C0 + C0*r = C0 (1 + r)$

Donde :

- **Capital (C0):** Es la cantidad de dinero que se invierte inicialmente.

- **Tasa de interés (r):** Es el rendimiento que se espera obtener por invertir, casi siempre se expresa de manera porcentual.

Si la inversión se prolonga más de un período, entonces aparece un nuevo factor, el factor tiempo (n)

- **Tiempo (n):** Es la duración de la inversión

Si la inversión se prolonga durante n períodos, entonces para calcular el valor futuro del capital de partida, se debe tener en consideración ese número de períodos y decidir si la inversión cada año será solo por el capital inicial o si, por el contrario (y como es norma en prácticamente todos los productos financieros), se supondrá que se reinvierten los intereses ganados en cada período.

En el primer caso, se reinvierte solo el principal, se llama interés simple y su cálculo es como sigue.

Interés Simple

El interés simple es una función directa entre el tiempo, el tipo de interés y el capital inicial.

El cálculo del valor futuro de una inversión de un capital C0, a un r% de tipo de interés y por n períodos sería como sigue.

$$Cn = C0\ (1+r * n)$$

Siendo Cn el valor futuro, al final del período n, de una inversión de C0, por n períodos a un tipo de interés r%.

Interés Compuesto

El interés compuesto es una función directa entre el tiempo, el tipo de interés y el capital inicial, considerando que, junto con el principal, se reinvierten los intereses de forma acumulada.

El cálculo del valor futuro de una inversión de un capital C0, a un r% de tipo de interés y por n períodos sería como sigue.

$$Cn = C0\ (1+r)^n$$

Siendo Cn el valor futuro, al final del período n, de una inversión de C0, por n períodos a un tipo de interés r %.

LA DIFERENCIA FUNDAMENTAL ENTRE EL INTERÉS SIMPLE Y EL INTERÉS COMPUESTO ESTRIBA EN QUE EN EL PRIMERO EL CAPITAL PERMANECE CONSTANTE, Y EN EL SEGUNDO EL CAPITAL CAMBIA AL FINAL DE CADA PERÍODO DE TIEMPO POR LA REINVERSIÓN DE LOS INTERESES OBTENIDOS.

Ejemplo. Calcular el valor final de un capital de $700 a una tasa del 4% durante 5 años, tanto con interés simple como compuesto.

Interés simple

$Cn = C0\ (1 + r * n)$

$Cn = 700(1 + 0,04 * 5) = 840$

Interés compuesto

$Cn = C0\ (1+r)^n$
$Cn = C0\ (1+r)^n$ $= 700(1+0.04)^5 = 851,66$

Este sería el valor del capital obtenido al finalizar el quinto año.

EJEMPLO INTERÉS SIMPLE

Período	Capital inicial	interés %	INTERÉS	Capital final
0	100			
1	100	10%	10,00	110,00
2	100	10%	10,00	120,00
3	100	10%	10,00	130,00
4	100	10%	10,00	140,00
5	100	10%	10,00	150,00

EJEMPLO INTERÉS COMPUESTO

Período	Capital inicial	interés %	INTERÉS	Capital final
0	100			
1	100	10%	10,00	110,00
2	110	10%	11,00	121,00
3	121	10%	12,10	133,10
4	133	10%	13,31	146,41
5	146	10%	14,64	161,05

Sin embargo, en finanzas, con frecuencia se ha de realizar la operación contraria a la capitalización, que es el **descuento financiero.** Si se conoce el valor de un capital o renta que se percibirá en un momento futuro, se puede conocer cuál es su valor en el momento actual, descontando los intereses que incorpora o ha ganado dicho capital.

Por ejemplo, si se espera recibir un importe C1 dentro de un año, y se desea conocer su valor actual, la operación a realizar es la contraria antes explicada para la capitalización.

Si para conocer el valor futuro se calculaba

$C1 = C0\ (1 + r)$

Al ser ahora la incógnita C0, se debe despejar

$$C0 = \frac{C1}{(1 + r)}$$

Para n períodos sería

$$\mathbf{C0 = \frac{Cn}{(1+r)^n}}$$

TIPOS DE INTERÉS NOMINALES Y EFECTIVOS

En matemáticas financieras, los tipos de interés que se citan son, por lo general, postpagados, compuestos y nominales. Esto significa que el tipo de interés indicado habitualmente al realizar una operación de inversión o financiación será igual al efectivo solo si el cálculo de intereses se realiza una sola vez al año, a final de año.

Si los intereses se calculan varias veces durante el año, los tipos de interés nominales no resultan comparables en su efecto financiero.

Como ejemplo, un préstamo hipotecario. Una familia contrata una hipoteca de 100.000 euros de principal, con pago de intereses mensuales y con un tipo de interés nominal del 4%. El tipo anual efectivo será superior al 4% ya que el 4% se refiere a un único pago postpagado. Al realizarse desembolsos desde el primer mes, la tasa anual equivalente (TAE) es superior, y su fórmula de cálculo es

TAE= $(1+r/m)^m$ -1

r = tipo anual nominal

m = número de veces que se calcula el interés dentro del año (por ejemplo, 12 si el pago es mensual, 2 si es semestral, 4 si es trimestral, etc)

Para la familia que solicita el préstamo y que paga mensualmente, la TAE será

TAE= $(1+ 0{,}04/12)^{12}$ -1 = 4,07%

Otro ejemplo de cálculo de TAE.

Ejemplo tomado de la página web de una conocida entidad financiera. Esta entidad ofrece un 6% por un depósito a un mes. En el anuncio aparece que el 6% es TAE y más abajo se indica: Tipo de interés nominal anual 5,84%.

El cálculo sería como sigue, partiendo de que el anuncio indica las dos tasas, la nominal y la TAE.

6% = $(1+0{,}0584/12)^{12}$ -1

MAGNITUDES NOMINALES Y REALES

En economía y finanzas se suele hablar de magnitudes nominales y reales. Esto se debe a que el paso del tiempo afecta al valor del dinero, por el efecto de la inflación.

Cuando una magnitud económica va aumentando de valor a lo largo de los años, no es posible identificar qué parte de ese aumento se debe a un verdadero aumento de las unidades que lo componen (producción, unidades vendidas, etc) y qué parte se debe al aumento de precios o inflación. Para hacer comparables las magnitudes a lo largo de los años se puede usar las magnitudes reales o deflactadas, que son las mismas magnitudes nominales pero corregidas para eliminar el efecto de la inflación.

La corrección se realiza a través de un deflactor. Por ejemplo, se está analizando la evolución de las ventas de una empresa. Las ventas en 2007 ascendieron a 3.500.000 euros. Las ventas en 2008 ascendieron a 4.000.000. Se sabe que el índice de precios en el país donde opera la empresa ha aumentado un 3,7%. Para calcular el valor real de las ventas de la empresa, hemos de aplicar el deflactor, basado en la tasa de inflación.

Ventas 2008 (nominales) = 4.000.000

Ventas 2008 (reales) = 4.000.000 / 1,037 = 3.857.280,6